

# 狭窄血管多普勒血流信号的频谱仿真分析

张 羽,汪源源,王威琪

(复旦大学电子工程系,上海 200433)

**摘 要:** 通过数值仿真的方法分析狭窄血管内定常流多普勒血流信号的频谱特性,可为利用超声多普勒技术临床诊断血管狭窄提供依据.利用涡度-流函数方法计算狭窄管内的流场分布,估计出血管内不同位置的多普勒信号的功率谱密度函数,从中计算最大频率、平均频率和频谱宽度等参数,并分析它们在不同流速和狭窄程度下所表现出来的特征.

**关键词:** 狭窄; 涡度; 流函数; 功率谱

**中图分类号:** TB559 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 08-1164-04

## Spectral Simulation Analysis of Doppler Signals from Stenosed Vessels

ZHANG Yu, WANG Yuan-yuan, WANG Wei-qi

(Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** A simulation approach was proposed to analyze the spectra of Doppler signals from the steady flow within a stenosed vessel. The vorticity transportation and stream function equations were used to calculate the velocity distribution within the stenosed vessel. The spectral power density function of Doppler signals was estimated at variant positions along the vessel. The maximum frequency, the mean frequency and the spectral bandwidth were calculated from the spectra, which were used to analyze the characteristics of Doppler signals from stenosed vessels with different degrees of stenoses and flow velocities.

**Key words:** stenosis; vorticity; stream function; power spectrum

### 1 引言

在人体大、中动脉的一些部位,由于胆固醇和脂质物的沉积、积累形成了动脉粥样硬化,进而引起血管的局部狭窄.虽然该疾病的形成机理尚未明确,但研究发现:即使是在血管硬化的最初阶段,它与血管内的血流特性紧密相关<sup>[1]</sup>.在已开展的狭窄血管血液动力学特征研究中,虽然引入了不同的简化和假设,但大量理论和实验的研究仍使我们对血管狭窄引起的血流扰动有了较好的认识.

临床上十分重视血管狭窄的诊断和治疗,超声多普勒技术因无损性已在血管狭窄的诊断上获得一些有效的应用<sup>[2]</sup>.但由于对狭窄处血流扰动引起的多普勒信号的特征改变缺乏客观的研究,该技术在临床中的推广受到一定的限制.目前常用的超声多普勒血流参数均由声谱图上获得,本文对狭窄血管的超声多普勒信号频谱特征的变化进行了计算机仿真研究.首先利用涡度-流函数方法计算产生不同流速和狭窄程度下狭窄管内流场的分布,然后由此计算出血管内不同位置测得的超声多普勒血流信号的频谱,并提取相应的特征参数.该方法有望为临床诊断血管狭窄提供依据,并从中发现更为有效的诊断新参数.

### 2 基本原理

#### 2.1 流场的数值计算

狭窄血管的模型示意图如图1所示.在轴对称的刚性圆管中,假定血流为不可压缩的牛顿流体,且为定常层流.为简化流体计算中的变量和边界条件,流体的连续性方程和Navier-Stokes方程组变换为柱坐标下的涡传输方程和流函数Poisson方程:

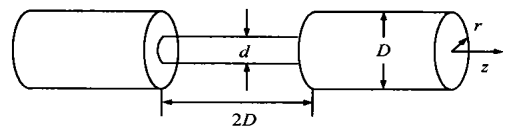


图1 狭窄圆管的几何示意图

$$\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial(U_r)}{\partial R} + \frac{\partial(U_z)}{\partial Z} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2}{R^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} = R \quad (2)$$

其中  $Re$  为雷诺(Reynolds)数,  $\psi$ 、 $\omega$  分别为流函数和涡函数:

$$U_r = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Z}, U_z = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R}, \omega = \frac{\partial U_z}{\partial R} - \frac{\partial U_r}{\partial Z} \quad (3)$$

方程中所有变量均经过特征速度  $U$  (圆管入口处最大流速) 和  
无狭窄段圆管直径  $D$  的无量纲化:

$$U_r = \frac{u_r}{U}, U_z = \frac{u_z}{U}, R = \frac{r}{D}, Z = \frac{z}{D}, \quad (4)$$

$$T = \frac{t}{(D/U)}, \quad \phi = \frac{\phi}{(D^2/U)}, \quad \psi = \frac{\psi}{(U/D)}$$

其中  $t, \phi$  分别为实际的时间变量、涡函数和流函数。

为了利用有限差分法对流场进行数值计算,需对  $R-Z$   
平面进行矩形网格的划分,网格径向和轴向尺寸分别表示为  
 $R$  和  $Z$ ,然后利用时间前向差分、空间中间差分格式对涡  
传输方程进行离散化<sup>[3]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{j,k}^+ - T_{j,k}^-}{T} + \frac{(U_r)_{j,k+1}^+ - (U_r)_{j,k-1}^-}{2R} + \frac{(U_z)_{j+1,k}^+ - (U_z)_{j-1,k}^-}{2Z} \\ & = \frac{1}{Re} \left[ \frac{T_{j,k+1}^+ + T_{j,k-1}^- - 2T_{j,k}^-}{(R)^2} + \frac{T_{j+1,k}^+ + T_{j-1,k}^- - 2T_{j,k}^-}{(Z)^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{T_{j,k+1}^+ - T_{j,k-1}^-}{2R_k R} - \frac{T_{j,k}^-}{R_k^2} \right] \quad (5) \end{aligned}$$

因此,当已知  $T$  时刻的涡度和流速轴向、径向分量时,就可以  
求解下一时刻的涡度。而  $T+T$  时刻的流速各分量又可以根据  
流函数 Poisson 方程和流函数的定义进行求解,流函数 Poisson  
方程采用空间中心差分格式离散化为:

$$\begin{aligned} & \frac{j_{k+1} + j_{k-1} - 2j_k}{(R)^2} + \frac{j_{j+1,k} + j_{j-1,k} - 2j_{j,k}}{(Z)^2} \\ & - \frac{1}{R_k} \frac{j_{k+1} - j_{k-1}}{2R} = R_k j_{j,k} \quad (6) \end{aligned}$$

流函数 Poisson 方程的求解采用标准的 SOR 迭代法<sup>[3]</sup>:

$$\begin{aligned} j_{j,k}^{m+1} &= j_{j,k}^m + \frac{1}{2(1+\omega)} \left[ j_{j,k+1}^m + j_{j,k-1}^m + 2j_{j+1,k}^m \right. \\ & \quad \left. + j_{j-1,k}^m \right] - \frac{R}{2R_k} \left( j_{j,k+1}^m - j_{j,k-1}^m \right) - R_k (R)^2 j_{j,k}^m \\ & \quad - 2(1+\omega) j_{j,k}^m \quad (7) \end{aligned}$$

其中  $\omega$  为松弛因子,  $\omega = R/Z$ ,经过上述迭代运算可求出血管  
管内点的流函数值。而上述方程求解所需的边界条件设定如  
下:入口为充分发展的 Poiseuille 流(具有抛物型流速剖面);出  
口流的径向分量为零;中心对称轴与流线重合,涡度为零;固  
定壁面上的流函数为常数,不失一般性本文中取零,壁面上涡  
度  $w$  的更新采用一阶壁涡公式:

$$w = \frac{2w_{w+1}}{R_w n^2} \quad (8)$$

其中  $w_{w+1}$  为壁面法线方向上的邻近内点的流函数值,  $n$  为  
壁面法线方向上的网格尺度,壁面尖角点的涡度可取为两个  
相交壁面方向上在该点求得涡度的均值。经过上述两次迭代  
运算分别求解涡传输方程和流函数 Poisson 方程,最后计算出  
狭窄血管内的流场分布。文中网格尺度  $R, Z$  和时间增量  
 $T$  分别取为:0.0125、0.1 和 0.005。SOR 迭代算法的松弛因子  
取为 1.6。

## 2.2 多普勒信号频谱的计算

由流场数值计算获得了狭窄管内的血流速度分布,根据  
超声多普勒效应公式  $f_d = 2f_0 v \cos \theta / c$  很容易计算出管内任意  
点多普勒信号频率偏移  $f_d$ ,其中  $f_0$  为多普勒探头发射频率,  $v$   
为该点流速值,  $c$  为血管内声速,  $\theta$  为超声声束与流速矢量的

夹角。在均匀声场下,某些特殊的轴对称流速剖面(如抛物  
型),其多普勒信号功率谱密度函数可解析求解<sup>[4]</sup>。本文中除  
了入口为抛物型 Poiseuille 流外,其他截面的流速剖面都很难  
得到其解析解,所以采用总体分布非参数估计法<sup>[5]</sup>对狭窄管  
内任意截面获得的多普勒信号的功率谱密度函数进行估计。  
其最根本的出发点是随机向量  $x$  落入区域  $R$  的概率  $P$  为

$$P = \int_R p(x) dx \quad (9)$$

其中  $p(x)$  为  $x$  的总体概率密度函数。若从该分布的总体中  
独立抽取  $N$  个样本,则其中  $k$  个落入区域  $R$  中的概率  $P_k$  符  
合随机变量的二项分布:

$$P_k = C_N^k P^k (1-P)^{N-k} \quad (10)$$

由二项分布的性质可知  $k$  的众数  $m$  为  $(N+1)P$  的整数部分,  
且众数定义为  $k=m$  时,  $P_k$  有最大值,即抽取  $N$  个样本,其中  
 $k=m$  个样本落入区域  $R$  的概率最大。可取

$$k = m \doteq (N+1)P \doteq NP \quad (11)$$

由此可得

$$P \doteq k/N \quad (12)$$

假设总体分布  $p(x)$  连续,且区域  $R$  足够小,可进一步估计  
出:

$$p(x) = \frac{k/N}{V} \quad (13)$$

其中  $V$  为区域  $R$  的体积。在适当地选择样本数  $N$  和  $V$  后就  
可以对多普勒信号的频谱密度函数进行有效地估计。

## 3 仿真结果

我们仿真计算了雷诺数  $Re$  分别为 100 和 500 (对应的入  
口流最大流速分别为 10cm/s 和 50 cm/s)、狭窄程度分别为  
51% 和 75% 四种情况下的流场分布和对应的多普勒信号频谱  
分布,并计算多普勒信号频谱的最大频率、平均频率和频谱宽  
度(频谱参数的计算详见文献[6])。所有仿真计算均在 AMD  
Athlon XP1800 + PC 机上用 Matlab5.3 编程实现。假定超声多普  
勒探头置于血管中心,发射声束与血管轴平行,超声发射频率  
为 5MHz。血管狭窄长度为  $2D$ ,总管长为  $16D$ 。为简化计算,假  
设多普勒取样容积径向覆盖整个血管截面,且各点声强均匀,  
取样容积的大小为网格轴向尺寸  $Z$ 。

图 2、图 3 分别显示了雷诺数为 100 和 500 情况下,不同  
狭窄程度血管内流函数分布、对应多普勒信号的频谱,及其由  
频谱计算出的最大频率(频谱分布上叠加的虚线)、平均频率  
(底部图中的虚线)和频谱宽度(实线)的结果。

由图 2 可知,当血流流速不太大时,血管下游存在强度很  
小的涡流。上游无狭窄段流场基本保持不变,直到狭窄入口处  
流场迅速改变,且在整个狭窄段流场几乎不变。在下游距离狭  
窄出口约  $1D$  处流场基本恢复到入口流状态。与之对应的频  
谱分布正好反映了上述流场的变化状况:除了涡流部分外的  
无狭窄管段内测得的多普勒信号频谱特性基本相似,这从它  
的最大频率和频谱宽度的变化中也可反映出来:狭窄下游存  
在很小的负频率分量,在实际系统中由于存在壁滤波器,很难  
检测到这些回流信号;由于流体为不可压缩,血管各截面流量

相等,所以狭窄区域流速增大,平均频率的变化很好地反映了血管截面积的变化;同时单位体积内流速的离散度也增大,在频谱上反映为平均频率、最大频率和频谱宽度均增大,且最大频率和谱宽在狭窄段内基本保持恒定。

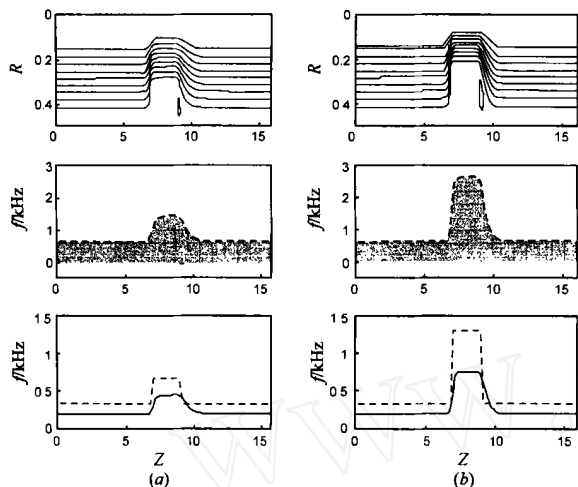


图2  $Re = 100$  时流场流函数分布、多普勒信号频谱分布和频谱特征参数曲线 (a) 狭窄程度为 51%; (b) 狭窄程度为 75%

由图3可见,随着流速的增大,狭窄下游的涡流强度也随之增大,而且在血管狭窄程度较大时,下游的涡流强度明显比狭窄较小时大。另外血管下游的流场分布明显比流速较小时复杂得多,而上游的流场与流速较小时差别不大,并且在狭窄段内流场也有较大的变化。由频谱分析发现,最大频率和频谱宽度在上游无狭窄段基本保持恒定,在狭窄入口处迅速增大,并在狭窄段内继续升高,直到狭窄出口处达到极大值,随后缓慢减小,直到无狭窄段出口处基本恢复到跟入口流处相似的水平。当狭窄程度较大时,下游频谱存在强度很大的负频率分量,且频率较高 ( $> 200\text{Hz}$ ) 可以被实际多普勒系统检测到。

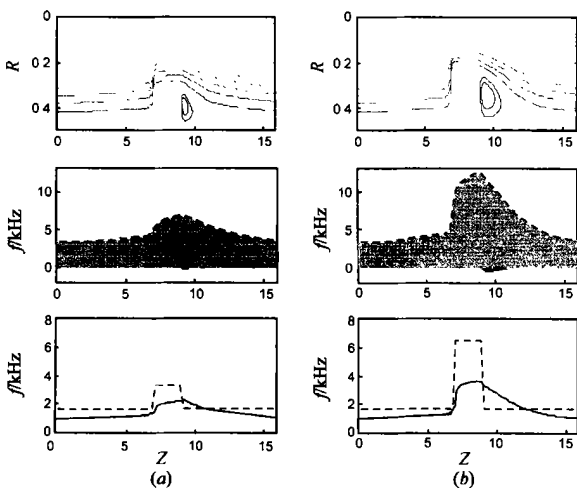


图3  $Re = 500$  时流场流函数分布、多普勒信号频谱分布和频谱特征参数曲线 (a) 狭窄程度为 51% (b) 狭窄程度为 75%

图4显示了不同血管截面的流速剖面和多普勒信号频谱分布,从中可看出狭窄血管不同位置检测得多普勒信号的频

谱形状。血管上游无狭窄段流速剖面类似抛物线,对应的频谱较平坦;在狭窄处流速较大且剖面相对平坦,频谱显示最大频率增大,且高频分量较多;血管下游离狭窄出口  $1D$  处的流速剖面可以看到明显的流动分离、出现涡流,频谱能量集中在负频率区;离狭窄出口  $3D$  处,流速剖面接近三角形,频谱显示最大流速减小、能量集中在低频分量上;离狭窄出口的距离进一步增大,流速剖面逐渐恢复为抛物型,频谱上最大频率进一步减小,频谱更趋于平坦。与以往实验测量的结果<sup>[7]</sup>相比,除了流动分离附壁点附近的频谱特性有差别外,其他点的频谱特性与实验结果基本一致。这是因为本文假设血管内血流为层流,而实际狭窄管血流在附壁点附近可能产生了湍流,导致两者频谱特性有差别。

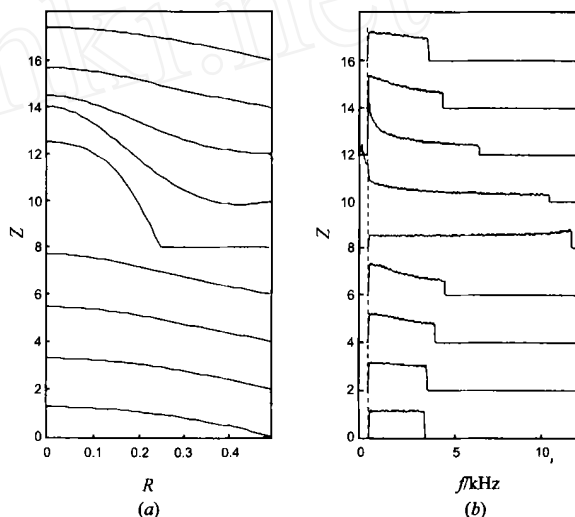


图4  $Re = 500$  时 (a) 血管不同位置流速剖面; (b) 对应的多普勒信号频谱分布情况

血管狭窄处的最大流速、频谱宽度等参数已经在临床诊断血管狭窄上获得应用<sup>[2]</sup>。在保持声束与流速矢量夹角不变的情况下,平均频率与血管截面积间存在反比关系,可见血管入口处和狭窄处的多普勒信号平均频率的比值可用来估计血管狭窄程度。在计算出狭窄管内最大频率、平均频率和频谱宽度的极大值  $F_m$  和血管入口处这些参数值  $F_r$  后,我们尝试用  $(1 - F_r / F_m)$  作为狭窄程度的估计值,表1显示了不同流速下估计狭窄程度的情况。从中可以发现,平均频率具有最好的估计精度,而在狭窄程度较小时最大频率要优于谱宽参数,狭窄程度较大时,两者估计效果相似。由于平均频率与血管截面积存在反比关系,显然用它来估计狭窄程度可以获得最好的精度。

表1 不同参数估计狭窄程度的情况

实际狭窄程度 (%)	$Re = 100$ 时估计值 (%)			$Re = 500$ 时估计值 (%)		
	最大频率	平均频率	频谱宽度	最大频率	平均频率	频谱宽度
51	55.6	51.4	57.9	52.7	51.3	57.6
75	75.1	74.9	74.9	74.1	74.9	74.3

## 4 讨论

文中所用的简化模型从无狭窄到狭窄的过渡为非连续,这与实际人体内血管情况不符.为了更接近人体血管的实际,在以后的研究中有必要采用血管截面积连续变化的狭窄模型,但本文中的涡度-流函数方法因很难求解其壁涡条件而不再适用,而且要分析临床上更有意义的动脉血流,也需用更复杂的流场计算方法.另外,多普勒信号功率谱密度函数计算时假设声场均匀,这在实际系统中很难实现,而且多普勒信号的平均频率和频谱宽度受声束特性影响较大,而对最大频率的影响较小,即使在声束与流速矢量夹角不同时,我们也很容易通过相应最大流速估计出血管狭窄程度.当考虑声束特性和声束夹角的影响时,还有待于进一步的数值分析和物理实验的验证.

## 5 结论

本文对简化的血管狭窄模型的流场及其产生的多普勒血流信号的频谱特性进行了仿真计算和分析.利用涡度-流函数的方法可以计算出不同狭窄程度和不同流速下血管内流场分布,然后根据计算的流速利用总体分布的非参数估计法,估算出与之对应的多普勒信号功率谱密度函数.频谱特征分析的结果很好的符合了以往的物理实验研究,而且尝试利用频谱参数估测血管狭窄程度也取得了较好的效果.本文的结果可为更好地理解狭窄血管内检测的多普勒信号的特征提供帮助,为多普勒信号频谱参数在临床诊断上的应用推广提供客观依据,并有可能从中提取更有效的临床新参数.

作者对复旦大学力学系严育兵博士在流体力学数值计算方面给予的帮助深表谢意.

### 参考文献:

- [ 1 ] Zendehebudi G R, Moayeri M S. Comparison of physiological and simple pulsatile flows through stenosed arteries [J]. Journal of Biomechanics, 1999, 32(9): 959 - 965.
- [ 2 ] Arbeille P, Bouin-Pineau M H, Herault S. Accuracy of the main Doppler methods for evaluating the degree of carotid stenoses (continuous wave, pulsed wave, and color Doppler) [J]. Ultrasound in

Medicine and Biology, 1999, 25(1): 65 - 73.

- [ 3 ] 忻孝康,刘儒勋,蒋伯诚. 计算流体动力学 [M]. 长沙:国防科技大学出版社,1989.
- [ 4 ] Mo L L, Cobbold R C. "Speckle" in continuous wave Doppler ultrasound spectra: A simulation study [J]. IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1986, 33(6): 747 - 752.
- [ 5 ] 边肇祺,张学工. 模式识别 [M]. 北京:清华大学出版社,2000.
- [ 6 ] Brody W R, Meindl J D. Theoretical analysis of CW Doppler ultrasonic flowmeter [J]. IEEE Trans on Biomedical Engineering, 1974, 21(3): 183 - 192.
- [ 7 ] Bascom P J, Cobbold R C, Routh H F, Johnston K W. On the Doppler signal from a steady flow asymmetrical stenosis model: effects of turbulence [J]. Ultrasound in Medicine and Biology, 1993, 19(3): 197 - 210.

### 作者简介:



张 羽 男,1978 年 12 月生于浙江金华,1998 年获得复旦大学电子工程系理学学士学位,现为复旦大学电子工程系博士研究生,主要从事超声多普勒信号的分析、处理领域的研究.  
Email: zhangyu78 @yahoo. com.



汪源源 男,1968 年 5 月生于浙江温州,复旦大学特聘教授、博士生导师,1990 年、1992 年、1994 年分别获得复旦大学电子工程系理学学士、硕士、博士学位,主要从事信号处理及其在医学中的应用和医学超声工程的研究. Email: yywang @fudan. edu. cn.

王威琪 男,1939 年 5 月生于上海,中国工程院院士,复旦大学首席教授、博士生导师,1961 年毕业于复旦大学物理系,主要从事医学超声工程、医学电子学系统等领域的研究. Email: wqwang @fudan. edu. cn.